



# Ch02 數字系統

李官陵 彭勝龍 羅壽之

高立圖書

李官陵 · 彭勝龍 · 羅壽之 編著

電腦必學基礎

計算機概論

# 電腦儲存的單位

- ▶ 在電腦的世界裡是使用電子元件來儲存與運算資料
- ▶ 電子元件的穩定狀態有兩種
  - 一種是「關」，另一種是「開」
- ▶ 用來表示這兩種狀態的單位，我們稱之為**位元 (bit)**。
  - 電腦儲存或傳遞資料的最小單位
  - 可以儲存 0 或 1 兩種狀態



圖 2.1 0 與 1

# 電腦儲存的單位 (續)

- ▶ 電腦中是靠多個位元的組合來計數或描述多種狀態
- ▶ 一個位元只能描述兩種狀態變化。
  - 0 與 1
- ▶ 2 個位元組合出的變化
  - {00, 01, 10, 11}
  - $2 \times 2$  (2 的 2 次方) 共四種變化
- ▶  $n$  個位元呢?
  - $2^n$

# 電腦儲存的單位 (續)

- ▶ 早期的電腦中，以 8 個位元為一個存取單位，稱之為一個**位元組** (byte, 1 byte = 8 bits)
  - 最常被使用的表示單位
- ▶ 另一種存取資料的單位稱為**字組** (word)
  - 可以由 2、4 或 8 個位元組所組成
  - 一個字組包含了幾個位元組則視硬體的結構而定

# 電腦儲存的單位 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 如果一台電腦的字組是由 2 個位元組 (2 bytes) 所組成，那麼一個字組可以描述多少種狀態？

解答：

- 一個字組包含了 2 個位元組，共有  $2 \times 8 = 16$  個位元
- 可以組合出的變化共有  $2^{16} = 65536$  種

# 電腦儲存的單位 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 如果我們需要描述的狀態有 16 種，那麼至少需要幾個位元？
- ▶ 如果需要描述的狀態有 80 種，又至少需要多少個位元呢？

解答：

- ▶ 4 個位元剛剛好就可以描述 16 種狀態。
- ▶ 需要靠 7 個位元的組合才能描述 80 種狀態

# 電腦儲存的單位 (續)

## 資訊容量的單位

- ▶ 常見的資訊容量有 KB、MB、GB、TB與PB
  - 結尾的 B 指的是位元組 (byte)
  - 開頭的 K、M、G、T 與 P 是數量詞
  - KB 的資料量是  $2^{10}$  bytes
    - 1024 bytes
    - 1024 近似於一千，所以用 Kilo 來表示它
  - MB 的資料量是  $2^{10} \times 2^{10}$  bytes
    - 1024 個 KB
    - 所以用 Mega (百萬) 來表示它
  - 同樣的道理， $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB}$ 、 $1 \text{ TB} = 2^{10} \text{ GB}$  而  $1 \text{ PB} = 2^{10} \text{ TB}$ 。



# 電腦儲存的單位 (續)

## 資訊容量的單位 (續)

單位	英文全名	位元組個數
KB	Kilo Bytes	$2^{10}$ bytes
MB	Mega Bytes	$2^{20}$ bytes
GB	Giga Bytes	$2^{30}$ bytes
TB	Tera Bytes	$2^{40}$ bytes
PB	Peta Bytes	$2^{50}$ bytes



# 二進位表示法

- ▶ 電腦世界裡使用的數字系統是二進位制
- ▶ 十進位數 327.25
  - 三個 100、二個 10、七個 1、二個 0.1 以及五個 0.01

$$327.25 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

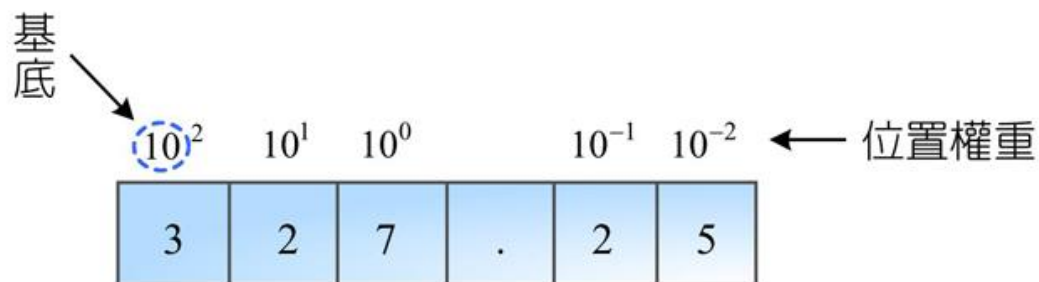


圖 2.3 基底與位置權重

# 二進位表示法 (續)

▶ 一個  $K$  進位的正數  $N(d_{a-1}d_{a-2}d_{a-3}\cdots d_0.d_{-1}d_{-2}\cdots d_{-b})$

$$(N)_k$$

$$(N)_k = d_{a-1} \times K^{a-1} + d_{a-2} \times K^{a-2} + \cdots + d_0 \times K^0 + d_{-1} \times K^{-1} + d_{-2} \times K^{-2} + \cdots + d_{-b} \times K^{-b}$$

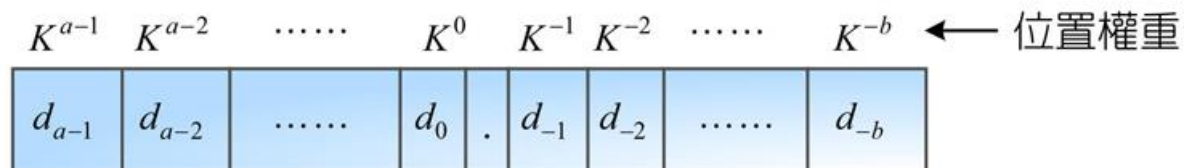


圖 2.4  $K$  進位數字

## 二進位表示法 (續)

- ▶ 二進位數  $(1011.011)_2$ ，對應的十進位數

$$\begin{aligned}(1011.011)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= (11.375)_2\end{aligned}$$

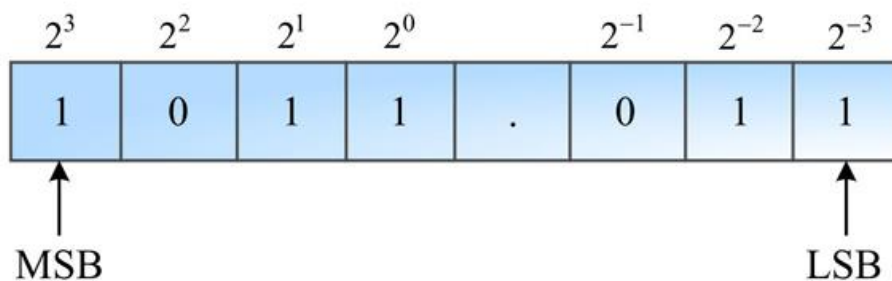


圖 2.5 二進位數

# 二進位表示法 (續)

## 隨堂練習

▶ 計算出二進位數  $(10100.101)_2$  對應的十進位數大小

解答：

$$\begin{aligned}(10100.101)_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} \\ &\quad + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= (20.625)_{10}\end{aligned}$$



給定一個十進位數，要如何算出它對應的二進位數呢？

# 二進位表示法 (續)

▶ 將十進位數  $(166)_{10}$  轉為二進位數

- 將 166 除以 2，得到商數 83、餘數 0，因此我們知道  $d_0 = 0$
- 繼續將 83 除以 2，得到商數 41、餘數 1  $\rightarrow d_1 = 1$ ；
- 再將 41 除以 2，得到商數 20、餘數 1  $\rightarrow d_2 = 1$ ；
- 一直重複這個步驟直到商數為 0

$$(166)_{10} = (10100110)_2$$

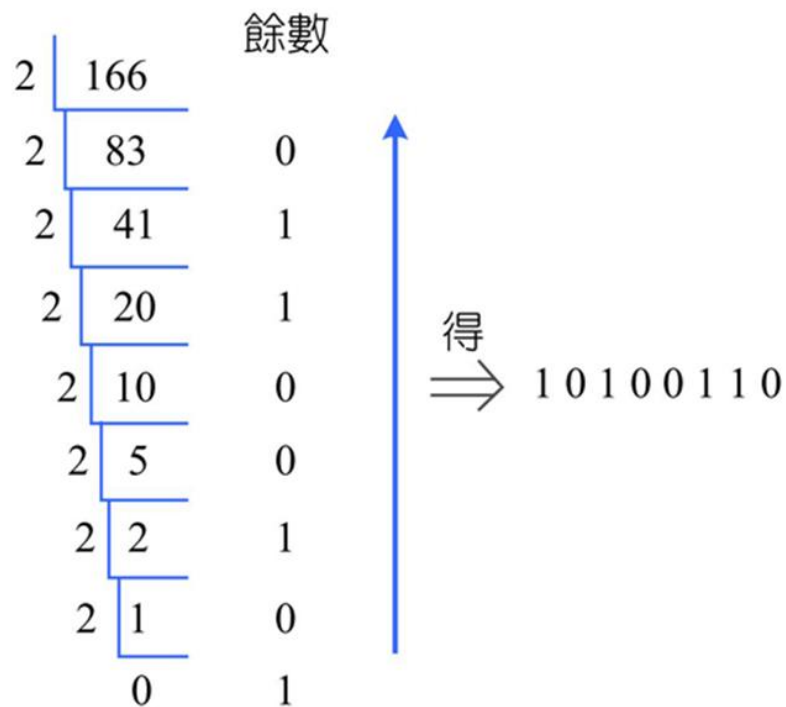


圖 2.6 十進位數轉二進位數範例

# 二進位表示法 (續)

## 隨堂練習

▶ 請計算出十進位數  $(87)_{10}$  所對應的二進位數。

解答：

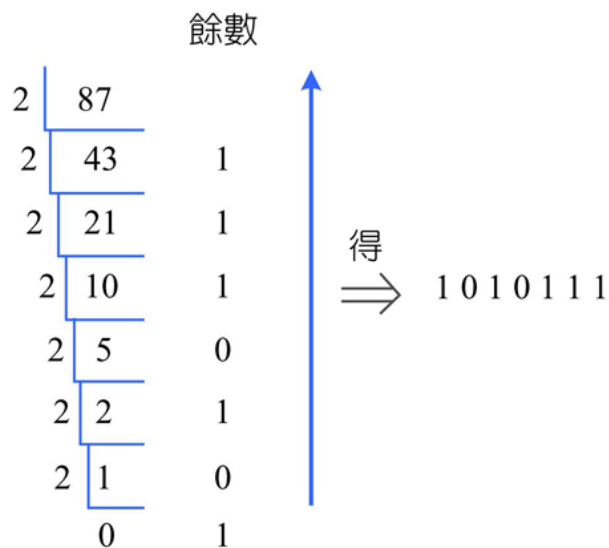


圖 2.7  $(87)_{10}$  轉二進位數的過程

## 二進位表示法 (續)

- ▶ 給定十進位數  $(0.625)_{10}$ 
  - 將 0.625 乘以 2，得到  $1.25 \rightarrow d_{-1} = 1$ ；
  - 將整數部位去除，得到 0.25、將 0.25 乘以 2，得到 0.5  $\rightarrow d_{-2} = 0$ ；
  - 因為 0.5 的整數部位為 0，所以直接將 0.5 乘以 2，得到 1  $\rightarrow d_{-3} = 1$
  - 將 1 的整數部分去除得到了 0，轉換的過程結束；

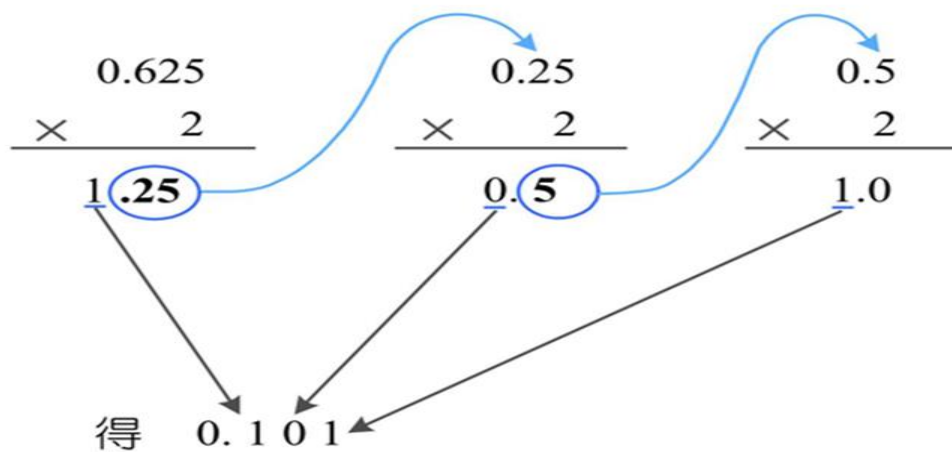


圖 2.8  $(0.625)_{10}$  轉換為二進位數的過程



# 二進位表示法 (續)

## 隨堂練習

▶ 請計算出  $(0.375)_{10}$  所對應的二進位數。

解答：

$$0.375 \times 2 = 0.75 \rightarrow d_{-1} = 0$$

$$0.75 \times 2 = 1.5 \rightarrow d_{-2} = 1$$

$$0.5 \times 2 = 1 \rightarrow d_{-3} = 1$$

$$(0.375)_{10} = (0.011)_2$$



不是所有的十進位小數都可以用有限的位元完整的表達，如  $(0.7)_{10}$  對應的二進位數為  $(0.1011001\cdots)_2$ 。

我們只須運算到符合轉換時給定的精確位數即可，如精確位數要到小數點後第四位，則我們可以說  $(0.7)_{10} = (0.1011)_2$ 。

# 二進位表示法 (續)

- ▶ 將  $(193.46)_{10}$  轉成其對應的二進位數，精確位數到小數點後第四位

整數部位轉換

2	193	
2	96	1
2	48	0
2	24	0
2	12	0
2	6	0
2	3	0
2	1	1
	0	1

得  $\Rightarrow 11000001$

小數部位轉換 (精確位數到小數點後第 4 位)

0.46	0.92	0.84	0.68
$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$
<u>0.92</u>	<u>1.84</u>	<u>1.68</u>	<u>1.36</u>

得 0.0111

因此

$$(193.46)_{10} = (11000001.0111)_2$$

# 八進位制與十六進位制

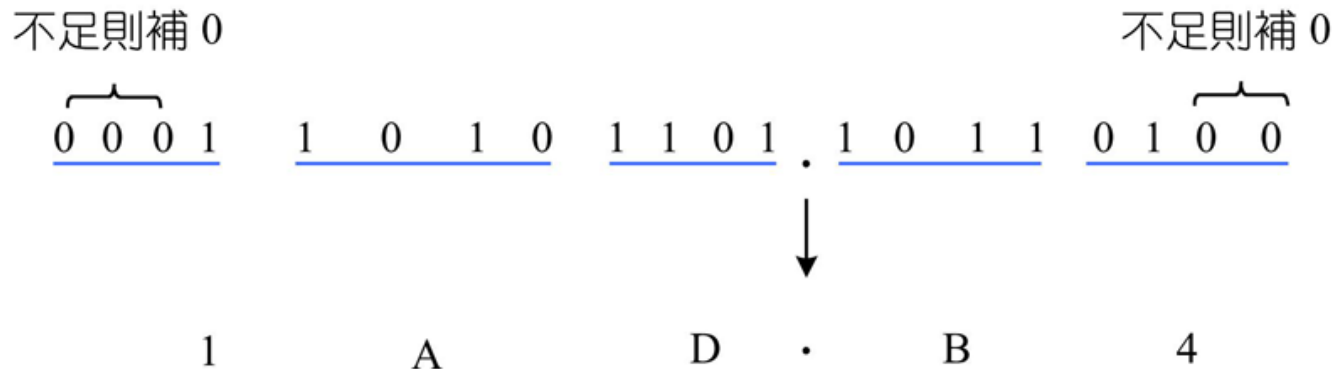
- ▶ 十六進位制是逢 16 就進 1 的進位制
  - 用數字 0 到 9 與英文字母 A~F 表示 (A~F 代表 10~15)。
- ▶ 八進位制
  - 利用八個符號 0、1、2、...、7 來代表任何數目的數字系統。

表 2.2 二進位、八進位、十進位以及十六進位數字 0~15 的對應關係

十進位	二進位	八進位	十六進位	十進位	二進位	八進位	十六進位
0	0	0	0	8	1000	10	8
1	1	1	1	9	1001	11	9
2	10	2	2	10	1010	12	A
3	11	3	3	11	1011	13	B
4	100	4	4	12	1100	14	C
5	101	5	5	13	1101	15	D
6	110	6	6	14	1110	16	E
7	111	7	7	15	1111	17	F

# 二進位數與十六進位數的互換

- ▶ 如何將  $(110101101.101101)_2$  以十六進位的方式表示呢？



所以  $(110101101.101101)_2 = (1AD.B4)_{16}$

**圖 2.10** 二進位數轉換為十六進位數的過程

# 二進位數與十六進位數的互換

隨堂練習

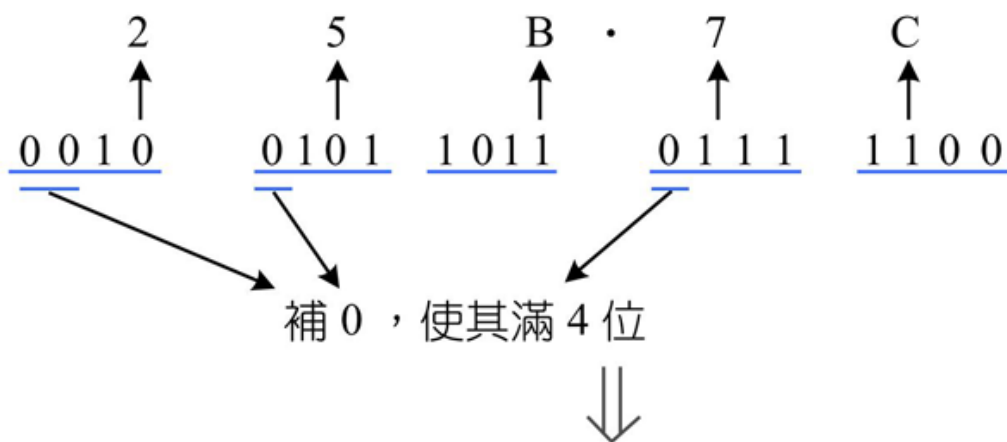
▶  $(1011011.01011)_2 = (?)_{16}$

解答

5B.58

# 二進位數與十六進位數的互換 (續)

- ▶ 將  $(25B.7C)_{16}$  轉成二進位數



1 0 0 1 0 1    1 0 1 1    .    0 1 1 1    1 1    開頭與結尾的連續 0 可捨去

所以  $(25B.7C)_{16} = (1001011011.011111)_2$

**圖 2.11** 十六進位數轉換為二進位數的過程

# 二進位數與十六進位數的互換

隨堂練習

▶  $(A3.C37)_{16} = (?)_2$

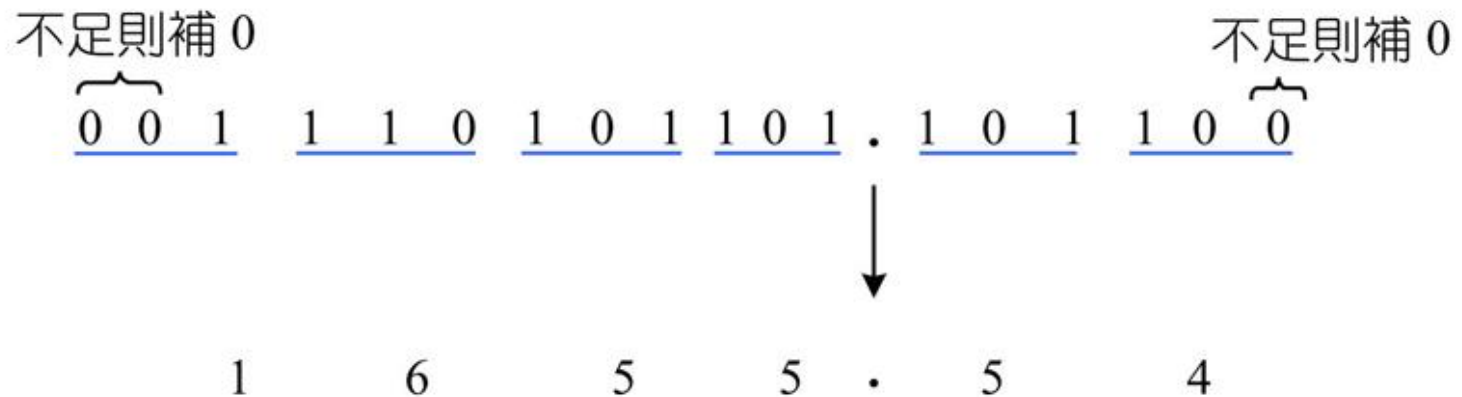
解答

10100011.110000110111



# 二進位數與八進位數的互換

- ▶ 如何將  $(1110101101.10110)_2$  以八進位的方式表示呢？

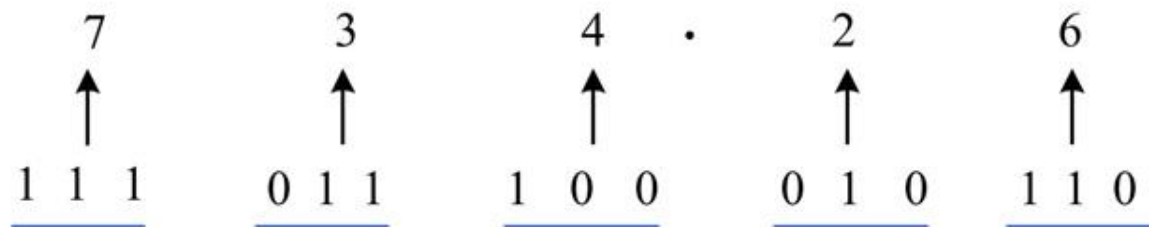


所以  $(1110101101.10110)_2 = (1655.54)_8$

**圖 2.12** 二進位數轉換為八進位數的過程

# 二進位數與八進位數的互換

- ▶ 將  $(734.26)_8$  轉成二進位數



補 0，使其滿 3 位



1 1 1    0 1 1    1 0 0    .    0 1 0    1 1 0

所以  $(734.26)_8 = (111011100.010110)_2$

**圖 2.13** 八進位數轉換為二進位數的過程

# 整數表示法與補數概念

## ▶ 表示正整數

- 假設我們利用 8 個位元 (1 個位元組) 表示一個正整數，可以表示的正整數範圍為  $0 \sim 2^8 - 1$ ，也就是從 0 到 255 的整數
- 這樣不考慮正負數的整數，稱之為「無正負符號的整數」(unsigned integer)

# 整數表示法與補數概念 (續)

- ▶ 當我們需要表示負數時該怎麼做呢？
  - 最簡單的作法是將最左邊的位元切割出來，當作正負符號使用，稱之為**符號位元 (sign bit)**
    - 符號位元為 0 時即代表正數，1 時則代表負數
    - 剩下來的位元則用來表示數的大小，這樣的表示法我們稱之為「**帶正負符號數字表示法**」(sign-magnitude representation)。

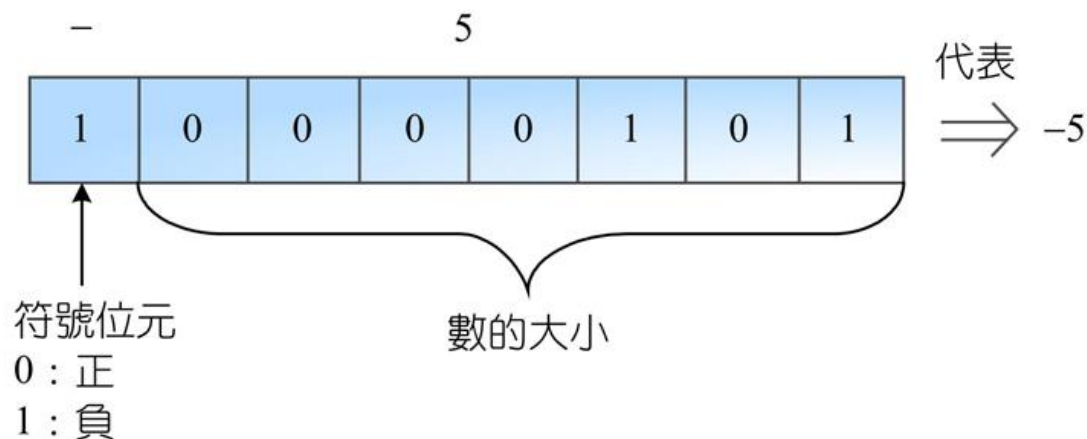


圖 2.14 用帶正負符號數字表示法描述  $(-5)_{10}$  範例

# 整數表示法與補數概念 (續)

## ▶ 帶正負符號數字表示法

- 8個位元可以描述的數字範圍為  $-(2^7 - 1) \sim 2^7 - 1$ 
  - $-127 \sim 127$ 。
- 目前的電腦並不採用這種方式表示整數
  - 0 存在兩種表示法
  - 正數負數的運算 (如加法、減法) 並不直接

表 2.3 用 8 位元帶正負符號數字表示法描述的十進位數

十進位數	帶正負符號數字	十進位數	帶正負符號數字
-127	11111111	127	01111111
-126	11111110	126	01111110
...	...	...	...
-1	10000001	1	00000001
-0	10000000	0	00000000

# 一的補數表示法

- ▶ 以位元字串最左邊的位元表示正負符號
- ▶ 正數的表示方式與帶正負符號數字表示法相同
  - 假設我們用 1 個位元組來表示整數
  - 則  $(5)_{10}$  的一的補數表示法為  $(00000101)_2$
- ▶ 利用 8 位元儲存整數能表示的正數範圍
  - $(00000000)_2 \sim (01111111)_2$ ，也就是 0~127。

補數的觀念

若兩數的和為 1，則此兩數互為 1 的補數

# 一的補數表示法 (續)

- ▶ 步驟 1：忽略其符號，將該數轉成二進位表示法，並利用  $n - 1$  位元表示，若該數超過了  $n - 1$  位元，則稱為溢位 (overflow)，意指該數無法用  $n$  位元一的補數表示法描述，轉換停止
- ▶ 觀察該數的符號
  - 若為正數：在  $n - 1$  位元的左邊補上 1 個位元，並設為 0，完成轉換
  - 若為負數：將每個位元做一補數的轉換，即將 1 轉成 0、0 轉成 1，完成後在此  $n - 1$  位元的左邊補上 1 個位元，並設成 1，完成轉換



# 一的補數表示法 (續)

- ▶ 請將  $(-25)_{10}$  用 8 位元一的補數表示法表現。

解答：

- ▶ 步驟 1：忽略符號，將 25 轉成二進位數 11001，並用 7 個位元表示，得 0011001
- ▶ 步驟 2：因為是負數，所以將 0011001 轉成其一的補數 1100110
- ▶ 接著左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11100110。
- ▶ 11100110 即為答案。

# 一的補數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 請將  $(-15)_{10}$  用 8 位元一的補數表示法表現

解答：

- ▶ 步驟 1：忽略符號，將 15 轉成二進位數 1111，並用 7 個位元表示，得 0001111。
- ▶ 步驟 2：因為是負數，所以將 0001111 轉成其一的補數 1110000
- ▶ 接著左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11110000
- ▶ 11110000 即為答案。

# 一的補數表示法 (續)

- ▶ 若  $(11001101)_2$  是利用一的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

解答：

- ▶ 最左邊的位元為 1，所以代表的是負數
- ▶ 右邊的 7 個位元 (1001101) 取出，並將它還原為原來的數
- ▶ 原數為 0110010，將 0110010 轉成十進位數得到 50
- ▶ 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為  $-50$ 。

# 一的補數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 若  $(11101001)_2$  是利用一的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

解答：

- ▶ 最左邊的位元為 1，所以代表的是負數
- ▶ 右邊的 7 個位元 (1101001) 取出，並將它還原為原來的數
- ▶ 原數為 0010110，將 0010110 轉成十進位數得到 22
- ▶ 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為 -22

# 一的補數表示法 (續)

- ▶ 一的補數表示法同樣有兩個0的問題。
- ▶ 正負數運算 (如加法、減法) 並不那麼直接。

表 2.4 用 8 位元一的補數表示法描述的十進位數

十進位數	一的補數表示法	十進位數	一的補數表示法
-127	10000000	127	01111111
-126	10000001	126	01111110
-125	10000010	125	01111101
...	...	...	...
-2	11111101	2	00000010
-1	11111110	1	00000001
-0	11111111	0	00000000

# 二的補數表示法

## ▶ 十補數

- 2 的十補數為 8 ( $2 + 8 = 10$ )
- 7 的十補數為 3 ( $7 + 3 = 10$ )

在二進位系統中，若兩數互為對方的二的補數，則代表兩數的和使得原來的每一個位數均為 0，並產生溢位。

# 二的補數表示法 (續)

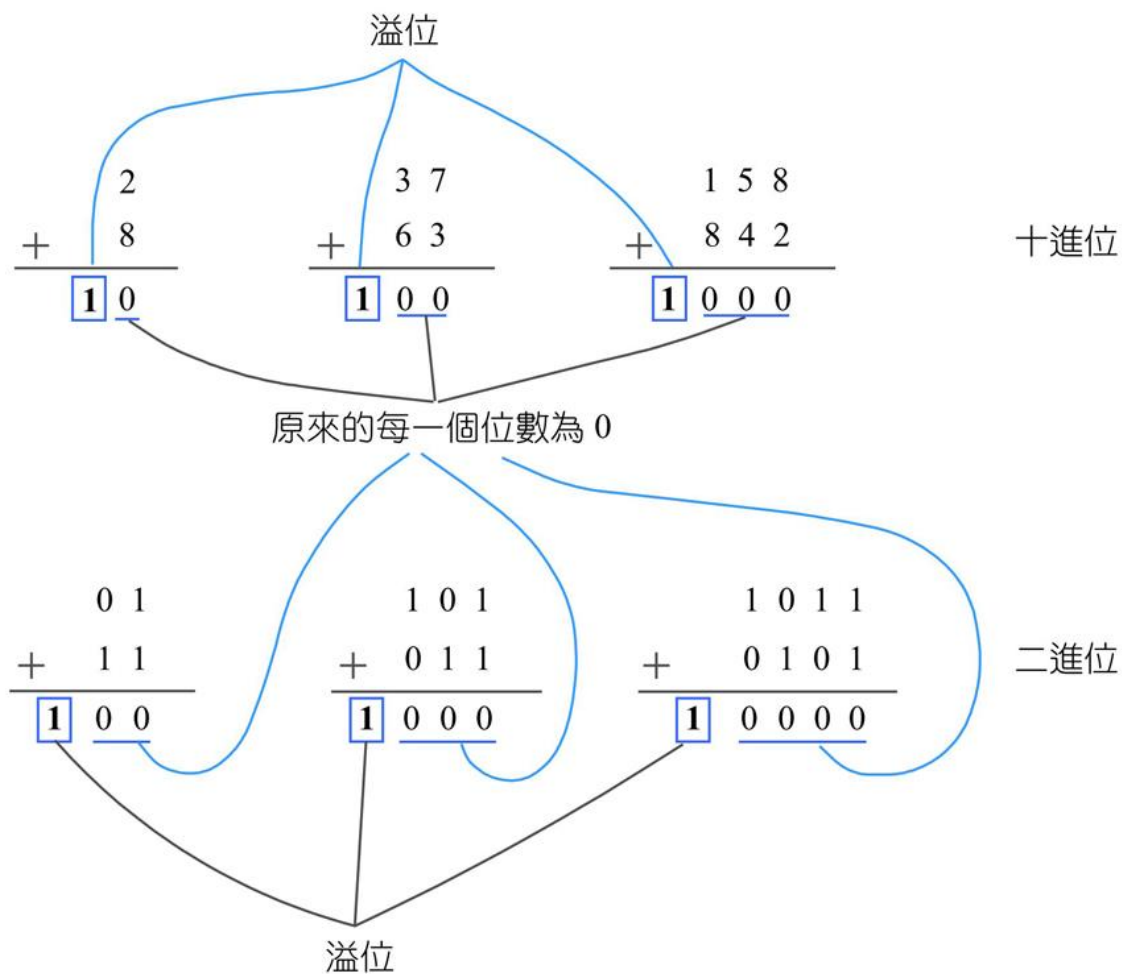


圖 2.15 進位中十的補數與二進位中二的補數



## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 給定一個二進位數，有沒有方法快速的將它的二補數算出來呢？
  - 找出它的一補數 (即 1 變 0、0 變 1)，接著再將此補數加上 1，即可得到此二進位數的二的補數
  - => 「1 變 0、0 變 1，變完之後再加 1」

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 二進位數 001100 的二的補數
  - 先將 1 變 0、0 變 1，得到 110011
  - 再將此數加上 1，即可得到 001100 的二補數為 110100

$$\begin{array}{r} 001100 \quad \textcircled{1} \text{ 1 變 0, 0 變 1} \\ \Downarrow \\ 110011 \\ + \quad \quad \quad 1 \quad \textcircled{2} \text{ 變完之後再加 1} \\ \hline 110100 \quad \leftarrow \text{ 二的補數} \end{array}$$

圖 2.16 範例八運算步驟

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 以位元字串最左邊的位元表示正負符號，剩下來的位元則用來表示數的大小。
- ▶ 正數的表示方式與帶正負符號數字表示法相同
  - 用 1 個位元組來表示整數，則  $(5)_{10}$  的二的補數表示法為  $(00000101)_2$
  - 利用 8 位元儲存整數時，能表示的正整數範圍為  $(00000000)_2 \sim (01111111)_2$ ，也就是  $0 \sim 127$
- ▶ 負數表示 (以 8 位元為例)
  - 先忽略其符號，並將該數轉成 7 位元的二進位數
  - 將此二進位數換成其二的補數，最後在左邊加上 1 個位元並設為 1 (代表負數) 即完成轉換。

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 以 8 位元表示  $-(5)_{10}$  為例
  - 將 5 轉成一個 7 位元的二進位數，得到 0000101
  - 將 0000101 轉成其二的補數，得到 1111011
  - 最後在最左邊補上 1 個位元並設成 1 (代表負數)，即得到  $(11111011)_2$  為  $-5$  的二補數表示法

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 若  $(00010101)_2$  是利用二的補數法表示的整數，那麼它代表的十進位數為何？
  - 最左邊的位元為 0，此數為一個正數
  - 取出右邊 7 個位元 (代表著數的大小)，算出其表示的十進位數為 21，即得到答案

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 若  $(10010101)_2$  是利用二的補數法表示的整數，那麼它代表的十進位數為何？
  - 最左邊的位元為 1，此數為一個負數
  - 取出右邊 7 個位元，並將其轉成原數
    - 在補數系統中任何數的  $N$  補數的  $N$  補數會是它自己
    - 原數 為  $1101011$
  - 算出原數表示的十進位數為 107，因此得知  $10010101$  表示的是  $-107$

# 二的補數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 若  $(11001100)_2$  是利用二的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

## 解答：

- ▶ 最左邊的位元為 1，代表的是負數
- ▶ 將右邊的 7 個位元  $(1001100)$  取出，將其轉成二的補數得到原數為  $0110100$
- ▶ 將原數轉成十進位數得到 52
- ▶ 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為  $-52$ 。



## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 二的補數表示法能描述的負數範圍
  - 以 8 位元為例，10000000 是其能表示的最大負數
  - 最左邊的 1 代表負數，而 0000000 則為原數的二的補數，故可得到原數為  $(10000000)_2 = 2^7$ 。
- ▶ 利用 8 位元儲存數字，二的補數表示法可表示的負整數範圍為  $-1 \sim -128$ ；將其擴充到  $n$  個位元， $n$  位元的二的補數表示法能表示的整數範圍  $-2^{n-1} \sim 2^{n-1} - 1$ 。

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 步驟 1：判斷該數大小
  - 若該數為  $-2^{n-1}$ ：則 1000...000 (1 後面跟著  $n-1$  個 0) 即為所求，轉換結束
  - 若該數不在  $-2^{n-1} \sim -2^{n-1}-1$  範圍內：該數無法用  $n$  位元二的補數表示法描述，轉換停止。
  - 其它：繼續步驟 2
- ▶ 步驟 2：忽略其符號，將該數轉成  $n-1$  位元的二進位表示法
- ▶ 步驟 3：觀察該數的符號
  - 若為正數：在  $n-1$  位元的左邊補上 1 個位元，並設為 0，完成轉換
  - 若為負數：將每個位元做二補數的轉換，完成後在此  $n-1$  位元的左邊補上 1 個位元，並設成 1，完成轉換

## 二的補數表示法 (續)

- ▶ 請將  $(-38)_{10}$  用 8 位元二的補數表示法表現

解答：

- ▶  $-38$  在表示的範圍內
- ▶ 先忽略符號，將 38 轉成 7 位元的二進位數得 0100110
- ▶ 因為是負數，所以將 0100110 轉成其二的補數 1011010
- ▶ 左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11011010
- ▶ 11011010 即為答案

# 二的補數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 請將  $(-21)_{10}$  用 8 位元二的補數表示法表現

## 解答：

- ▶  $-21$  在表示的範圍內
- ▶ 先忽略符號，將 21 轉成 7 位元的二進位數 0010101
- ▶ 因為是負數，所以將 0010101 轉成其二的補數 1101011
- ▶ 左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11101011
- ▶ 11101011 即為答案

# 二的補數表示法 (續)

表 2.5 用 8 位元二的補數表示法描述的十進位數

十進位數	二的補數表示法	十進位數	二的補數表示法
-128	10000000	—	—
-127	10000001	127	01111111
-126	10000010	126	01111110
-125	10000011	125	01111101
...	...	...	...
-2	11111110	2	00000010
-1	11111111	1	00000001
—	—	0	00000000

0的表示法唯一!!

# 二補數系統的加法與減法

- ▶ 二補數系統數字的加法和一般加法相同
- ▶ 在運算完成後就可以看出結果的正負號

需要注意兩個正數相加以及兩個負數相加時是否有  
**溢位**產生



- 最左邊代表符號的位元是否由 0 變成了 1 (兩正數相加時須注意)，或是由 1 變成了 0 (兩負數相加時須注意)
- 發生溢位，代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故得到的結果將被忽略，視為無效

## 二補數系統的加法與減法

	十進位	二的補數表示法
	23	00010111
+	18	00010010
<hr/>		
	41	00101001

沒有溢位產生，所以 00101001 即為答案，也是 41 的二補數表示法



## 二補數系統的加法與減法 (續)

十進位	二的補數表示法
123	01111011
+ 88	01011000
<hr/>	
211	<b>1</b> 1010011
	↑
	溢位

兩正數相加，有溢位產生（符號位元從 0 變成 1），代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故結果視為無效

## 二補數系統的加法與減法 (續)

	十進位	二的補數表示法
	-23	11101001
+	-18	11101110
<hr/>		
	-41	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span> 11010111
		↑ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">進位</span>

- ◆ 兩負數相加，沒有溢位產生（符號位元沒有從 1 變成 0）
- ◆ 最後產生的 1 超出了最左邊的位元，稱之為**進位**
- ◆ 進位在二的補數加法上是可以被忽略的

## 二補數系統的加法與減法 (續)

十進位	二的補數表示法
-123	10000101
+ -88	10101000
<hr/>	
-211	100101101

Diagram illustrating the addition of two negative numbers in two's complement. The result is 100101101. The sign bit (1) is boxed and labeled "進位" (Carry). The next bit (0) is boxed and labeled "溢位" (Overflow). Arrows point from these boxes to the corresponding bits in the result.

- ▶ 兩負數相加，有溢位產生（符號位元從 1 變成 0），代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故結果視為無效

## 二補數系統的加法與減法 (續)

	十進位	二的補數表示法
	-23	11101001
+	18	00010010
<hr/>		
	-5	11111011

- ▶ 正負數相加，故得到的結果即為所求

# 浮點數表示法

- ▶ IEEE 二進位浮點數算數標準 IEEE 754是電腦最常用的實數表示法
- ▶ 科學記號
  - 可以將它視為是一種標準化
  - $5732.889 \Rightarrow 5.732889 \times 10^3$
  - $0.032546 \Rightarrow 3.2546 \times 10^{-2}$
- ▶ 用於二進位數字系統
  - 將二進位數改寫成  $a \times 2^n$  形式，其中  $1 \leq a < 2$ ，且  $n$  為整數
    - $(1011.01101)_2$  標準化後會記為  $1.01101101 \times 2^3$
    - $(0.001011)_2$  標準化後會記為  $1.011 \times 2^{-3}$

# 浮點數表示法 (續)

- ▶ 小數點右邊的數，稱為尾數 (mantissa，以  $1.01101101 \times 2^3$  為例，其尾數為 01101101)
- ▶ 2 的指數次方，稱為指數 (exponent，以  $1.01101101 \times 2^3$  為例，其指數為 3)
- ▶ 如某數的尾數為 0100110 且指數為  $-8$ 
  - $\Rightarrow$  某數等於  $1.0100110 \times 2^{-8}$

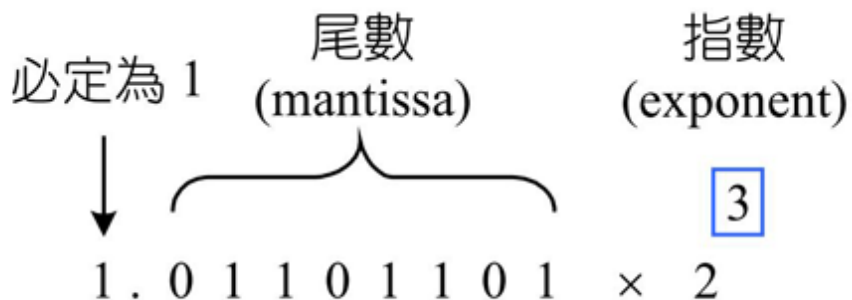


圖 2.17 尾數與指數

# 浮點數表示法 (續)

- ▶ IEEE 754 標準，它將儲存的空間分成三個部分：符號位元 (sign bit)、指數部分及尾數部分

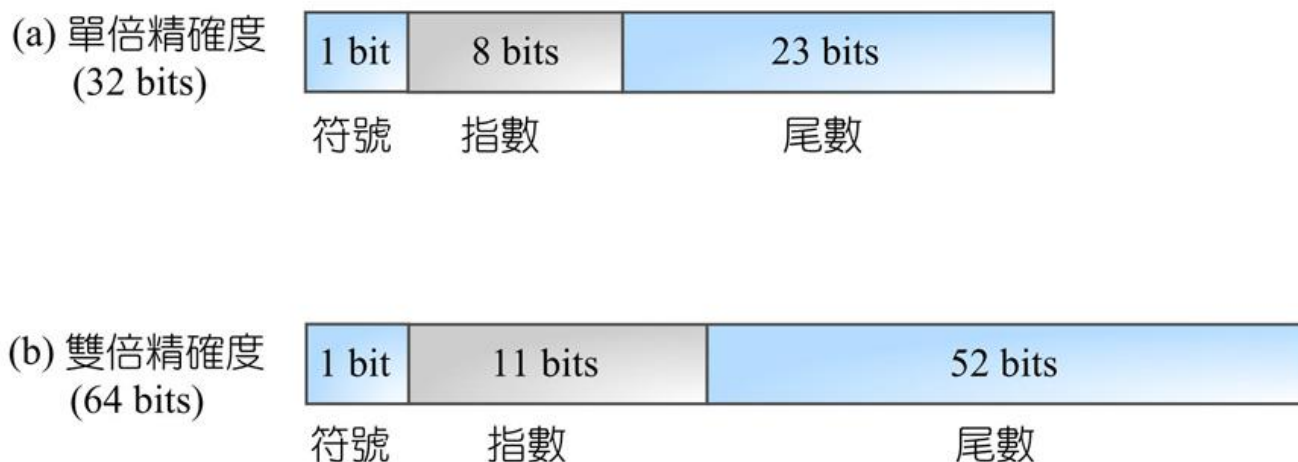


圖 2.18 IEEE 754 標準 —— (a) 單倍精確度；(b) 雙倍精確度





# 浮點數表示法 (續)

表 2.6 單倍精確度浮點數部分極值的情況

類別	正負號	實際指數	指數部分 ( 實際指數 +127)	尾數部分
零	0	-127	0	000 0000 0000 0000 0000 0000
負零	1	-127	0	000 0000 0000 0000 0000 0000
1	0	0	127	000 0000 0000 0000 0000 0000
-1	1	0	127	000 0000 0000 0000 0000 0000
正無限大	0	128	255	000 0000 0000 0000 0000 0000
負無限大	1	128	255	000 0000 0000 0000 0000 0000

# 浮點數表示法 (續)

請將二進位實數 0.00001101001 用單倍數精確度方式儲存

解答：

- ▶ 先將 0.00001101001 正規化  $\rightarrow 1.101001 \times 2^{-5}$
- ▶ 符號為正
- ▶ 實際指數為  $-5$ ，經偏移後得指數部分  $-5 + 127 = 122$
- ▶ 尾數部分為 101001



共 23 位元

# 浮點數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 請將二進位實數  $-110100.101$  用單倍數精確度方式儲存

解答：

- ▶ 先將  $-110100.101$  正規化  $\rightarrow -1.10100101 \times 2^5$
- ▶ 符號為負
- ▶ 實際指數為 5，經偏移後得指數部分  $5 + 127 = 132$
- ▶ 尾數部分為 10100101



共 23 位元

# 浮點數表示法 (續)

## 隨堂練習

- ▶ 11000110001101010000000000000000 是一個用單倍數精確度方式儲存的實數，請問它代表的數字為何？

## 解答：

- ▶ 符號位元為 1，故代表一個負數
- ▶ 指數部分為  $(10001100)_2 = (140)_{10}$ ，將偏移數減去後，即可得實際指數為  $140 - 127 = 13$
- ▶ 尾數部分為 011010100000000000000000
- ▶ 故實際代表的二進位數為  $-1.0110101 \times 2^{13}$

# 學習重點

- ▶ 二進位表示法
- ▶ 進位轉換
  - 二進位與十進位
  - 二進位與十六進位
  - 二進位與八進位
- ▶ 二的補數
- ▶ 浮點數表示法
  - 標準化
  - 尾數與指數
  - 指數偏移